

**Государственная итоговая аттестация по образовательным
программам основного общего образования в форме
основного государственного экзамена (ОГЭ)**

**Тренировочный вариант
контрольных измерительных материалов основного
государственного экзамена 2022 года по
МАТЕМАТИКЕ**

подготовлен сообществом ШКОЛЬНАЯ ПОМОЩЬ
https://vk.com/pro_matem

Разрешается копирование в некоммерческих образовательных целях

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

**Пояснения к тренировочному варианту контрольных
измерительных материалов основного государственного экзамена
2022 года по МАТЕМАТИКЕ**

Тренировочный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, количестве и форме заданий, а также об их уровне сложности.

Эти сведения дают возможность потренироваться в решении заданий и выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике в 2022 году.

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

• Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.

• Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

**Тренировочный вариант
контрольных измерительных материалов основного государственного
экзамена 2022 года по МАТЕМАТИКЕ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–12	40	18 000
2	дровяная	10–16	48	19 500
3	электрическая	9–15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6500 руб.

1

Установите соответствие между объёмами помещения и номерами печей, для которых данный объём является наименьшим для отопления помещений.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объём (куб. м)	8	9	10
Номер печи			

- 2 Найдите суммарную площадь стен парного отделения строящейся бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 3 На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

- 4 В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 10%, на печь номер 2 — 35%, на печь номер 3 — 25%.
Сколько рублей стоила печь номер 2 в прошлом году?

Ответ: _____.

- 5 Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели печи показан на рисунке 2.



Рис. 1

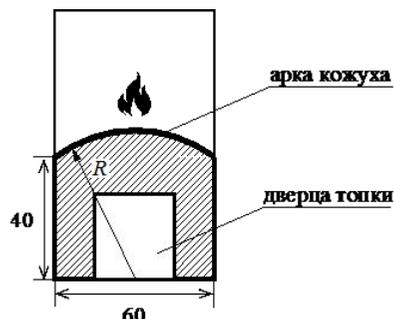


Рис. 2

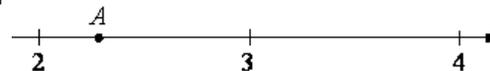
Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9 - 7,5}$.

Ответ: _____.

- 7 Одно из чисел $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{14}$ отмечено на прямой точкой А.



Какое это число?

- 1) $\sqrt{5}$ 2) $\sqrt{7}$ 3) $\sqrt{11}$ 4) $\sqrt{14}$

Ответ: _____.

- 8 Найдите значение выражения $\frac{(a^3)^8 \cdot a^7}{a^{29}}$ при $a = 7$

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения $-5 + 2x = -2x - 3$.

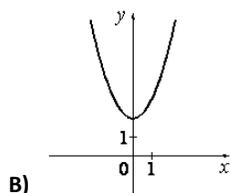
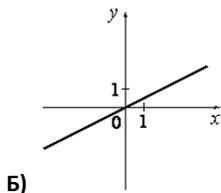
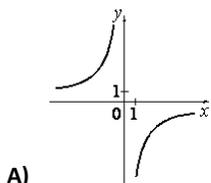
Ответ: _____.

- 10 Родительский комитет закупил 25 пазлов для подарков детям в связи окончанием учебного года, из них 18 с машинами и 7 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 25 детьми, среди которых есть Володя. Найдите вероятность того, что Володе достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = x^2 + 2$

2) $y = \frac{1}{2}x$

3) $y = -\frac{6}{x}$

Ответ:

А	Б	В

- 12 Чтобы перевести температуру из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C — температура в градусах Цельсия, t_F — температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 10° по шкале Цельсия

Ответ: _____.

- 13 Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 49 > 0$

2) $x^2 - 49 < 0$

3) $x^2 + 49 < 0$

4) $x^2 + 49 > 0$

Ответ: _____.

- 14 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается вдвое каждые 7 минут. В начальный момент масса изотопа составляла 160 мг. Найдите массу изотопа через 28 минут. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: _____.

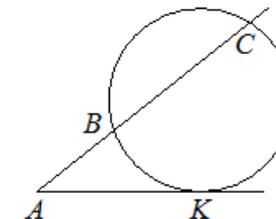
- 15 В треугольнике два угла равны 47° и 64° . Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



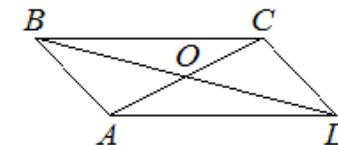
- 16 Через точку А, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке К. Другая прямая пересекает окружность в точках В и С, причём $AB=8$, $BC=24$. Найдите АК.

Ответ: _____.

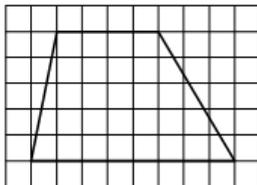


- 17 Диагонали AC и BD параллелограмма ABCD пересекаются в точке O, $AC=16$, $BD=20$, $AB=5$. Найдите DO.

Ответ: _____.



- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника.
- 2) В параллелограмме есть два равных угла.
- 3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

Часть 2

20 Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$

- 21 Баржа прошла по течению реки 84 км и, повернув обратно, прошла ещё 66 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

- 22 Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях с прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

- 23 Отрезки АВ и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD, если $AB = 30$, $CD = 40$, а расстояние от центра окружности до хорды АВ равно 20.

- 24 Сторона ВС параллелограмма ABCD вдвое больше стороны CD. Точка К — середина стороны ВС. Докажите, что DK — биссектриса угла ADC.

- 25 Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1-19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	132
2	21,72
3	2000
4	30000
5	50
6	-1
7	1
8	49
9	0,5
10	0,72
11	321
12	50
13	1
14	10
15	69
16	16
17	10
18	6
19	2

Критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Часть 2

20 Решите уравнение $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{x-2} - 6 = 0$

Решение.

Замена:

Пусть $x - 2 = t$, при $t \neq 0$, а значит $x \neq 2$.

$$\frac{1}{t^2} - \frac{1}{t} - 6 = 0 \quad / \cdot t^2$$

$$1 - t - 6t^2 = 0$$

$$6t^2 + t - 1 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25$$

$$t_1 = \frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = \frac{1}{3}$$

$$t_2 = \frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \cdot 6} = -\frac{1}{2}$$

Обратная замена:

$$x - 2 = t \Rightarrow \quad x - 2 = \frac{1}{3} \quad x - 2 = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2\frac{1}{3} \quad x = \frac{3}{2}$$

Ответ: $\frac{3}{2}; 2\frac{1}{3}$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 21 Баржа прошла по течению реки 84 км и, повернув обратно, прошла ещё 66 км, затратив на весь путь 10 часов. Найдите собственную скорость баржи, если скорость течения реки равна 5 км/ч.

Решение.

Пусть x км/ч - собственная скорость баржи, тогда $(x + 5)$ км/ч - скорость баржи по течению и $(x - 5)$ км/ч - скорость баржи против течения.

Т.к. баржа прошла по течению реки 84 км, то время по течению - $\frac{84}{x+5}$ ч, а против течения 66 км, то время против течения - $\frac{66}{x-5}$ ч.

Т.к. баржа затратила на весь путь 10 часов, то составим и решим уравнение:

$$\frac{84}{x+5} + \frac{66}{x-5} = 10 \quad / \cdot x^2 - 25$$

$$84(x-5) + 66(x+5) - 10(x^2-25) = 0$$

$$84x - 420 + 66x + 330 - 10x^2 + 250 = 0$$

$$-10x^2 + 150x + 160 = 0 \quad / \div (-10)$$

$$x^2 - 15x - 16 = 0$$

$$D = (15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-16) = 289$$

$$x_1 = \frac{15 + \sqrt{289}}{2 \cdot 1} = 16; \quad x_2 = \frac{15 - \sqrt{289}}{2 \cdot 1} = -1 \text{ - посторонний корень}$$

Ответ: 16 км/ч.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 22 Постройте график функции $y = x + 5|x| - x^2$ и определите, при каких значениях c прямая $y = c$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Решение.

При $x \geq 0$ функция принимает вид:

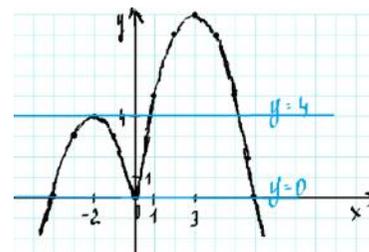
$$y = x + 5x - x^2 = -x^2 + 6x$$

При $x < 0$ функция принимает вид:

$$y = x - 5x - x^2 = -x^2 - 4x$$

Построим: $y = \begin{cases} -x^2 - 4x, & \text{при } x < 0 \\ -x^2 + 6x, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	0	3	4	3	0	5	8	9	8	5	0



Прямая $y = c$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней. С графиком имеет общие точки:

при

$c < 0$ - две

$c = 0$ - три

$0 < c < 4$ - четыре

$c = 4$ - три

$4 < c < 9$ - две

$c = 9$ - одна

$c > 9$ - нет

$\Rightarrow c = 0; 4$

Ответ: 0; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 23** Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды CD , если $AB = 30$, $CD = 40$, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 20.

Решение.

$OA = OB$ радиус $\Rightarrow \triangle OAB$ – равнобедренный с основанием AB

Т.к. OK высота, то по свойству в равнобедренном $\triangle OAB$ является и медианой.

$$\Rightarrow KB = \frac{AB}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

В $\triangle OKB$ найдём гипотенузу OB по т. Пифагора:

$$OB = \sqrt{OK^2 + KB^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625} = 25$$

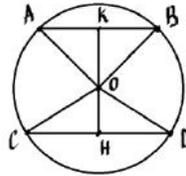
$OB = OC = 25$ радиусы

Аналогично $\Rightarrow \triangle COD$ – равнобедренный, OH – медиана, а $CH = 20$.

В $\triangle OHC$ найдём катет OH по т. Пифагора:

$$OH = \sqrt{OC^2 - CH^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15$$

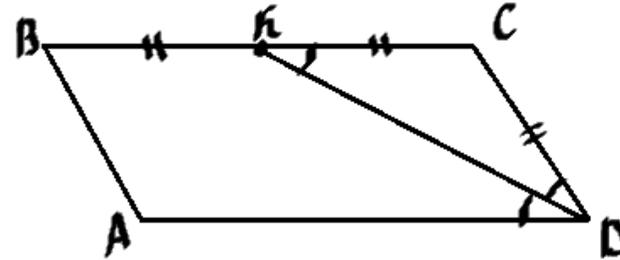
Ответ: 15.



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24** Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны CD . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что DK — биссектриса угла ADC .

Решение.



$KC = CD$ по условию $\Rightarrow \triangle DKC$ – равнобедренный с основанием KD .

$$\Rightarrow \angle CKD = \angle CDK$$

$\angle CKD = \angle KDA$ - накрест лежащие.

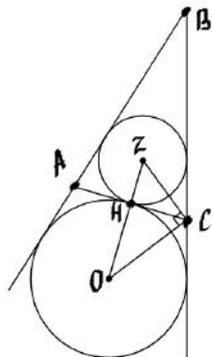
$$\Rightarrow \angle CDK = \angle KDA \Rightarrow DK - \text{биссектриса. ч.т.д.}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

25

Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 12. Окружность радиусом 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и касается основания AC . Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

Решение.



В равнобедренном $\triangle ABC$ центр окружности Z лежит на высоте BH и центр окружности O лежит на прямой BH .

Высота является медианой $\Rightarrow H$ – середина AC и точка касания окружностей между собой и с прямой AC .

$\angle ZCO = 90^\circ$ (CZ и CO – биссектрисы смежных углов)

$\Rightarrow \triangle ZCO$ – прямоугольный и CH – высота из вершины прямого угла.

$$CH = \sqrt{ZH \cdot HO}$$

$$CH^2 = ZH \cdot HO$$

$$ZH = \frac{CH^2}{HO} = \frac{6^2}{8} = \frac{36}{8} = 4.5$$

Ответ: 4,5.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. Третий эксперт проверяет только ответ на те задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами в любых двух или более заданиях (из заданий 20–25). Третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.